

Argumentieren ...

Realschule
Nordrhein-Westfalen

Aufgabensammlung zur
Lernstandserhebung
Mathematik Klasse 8
2007



westermann®

Aufgabensammlung zur **Lernstandserhebung Mathematik 2007**

Realschule Nordrhein-Westfalen

entwickelt von Bernhard Humpert

Sehr geehrte Mathematiklehrerinnen und Mathematiklehrer,

unsere Aufgabensammlung soll Ihnen und Ihren Schülerinnen und Schülern die Vorbereitung auf die Lernstandserhebung Mathematik in der Jahrgangsstufe 8 an Realschulen erleichtern. Die Aufgaben orientieren sich an den Kompetenzen des neuen Kernlehrplans Mathematik Realschule. Besonderen Wert legen wir auf das Training des *Problemlösens*, *Modellierens* und *Argumentierens*.

Wie bereits aus dem Vorjahr bekannt werden Lösungen in Form von Multiple-Choice-Aufgaben, als Eintrag in Antwortkästchen oder auch als selbst formulierte Begründung verlangt.

Auf den folgenden Seiten finden Sie Aufgaben aus den vier Themenbereichen *Arithmetik/Algebra*, *Geometrie*, *Funktionen* und *Stochastik*, die vielfach untereinander vernetzt sind.

Der Schwerpunkt der Lernstandserhebung 2007, das **Argumentieren**, wurde in den Aufgaben besonders berücksichtigt.

Sie können die Arbeitsblätter unabhängig voneinander nutzen, z. B. themenbezogen als Abschluss der jeweiligen Stoffwiederholung.

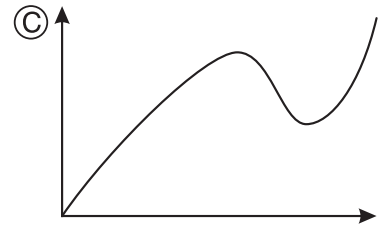
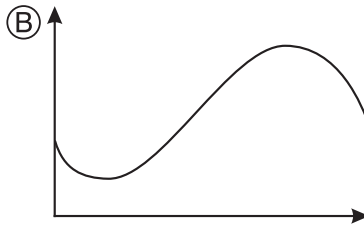
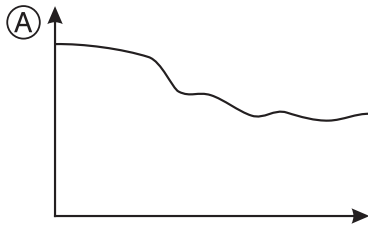
Die Lösungen am Ende dieses Materials ermöglichen Ihren Schülerinnen und Schülern eine weitgehend eigenständige Bearbeitung.

Wir wünschen Ihnen und Ihren Schülerinnen und Schülern viel Erfolg bei der bevorstehenden Lernstandserhebung.

Ihre Mathematik-Redaktion

1. Graphen

Hier siehst du drei Graphen.



a) Welcher Graph passt zu folgender Aussage?

Gib auch an, welche Größen dann an den Koordinatenachsen stehen.

① „Nach dem Start fährt Heidfeld am Ende der Startgeraden in eine scharfe Linkskurve. Danach kann er wieder voll beschleunigen.“

Graph passt dazu.

An der Querachse steht die Größe .

An der Hochachse steht die Größe .

② „Nach der Eröffnung des neuen Geschäfts nahmen die Einnahmen langsam ab. Inzwischen sind sie recht konstant.“

Graph passt dazu.

An der Querachse steht die Größe .

An der Hochachse steht die Größe .

b) Denke dir zu dem übrig gebliebenen Graphen eine passende Situation aus.

2. Quadrat

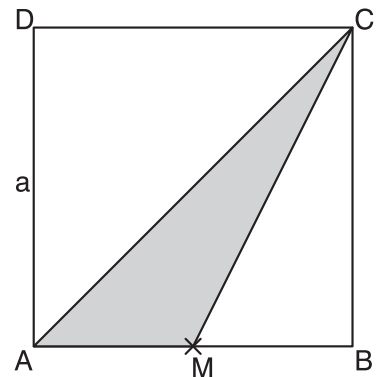
Das Viereck ABCD ist ein Quadrat mit der Seitenlänge a. M halbiert die Seite \overline{AB} .

a) Gib einen Term für den Umfang des Quadrats an.

Umfang =

b) Welcher Term gibt den Inhalt der grauen Fläche an? Kreuze an und begründe.

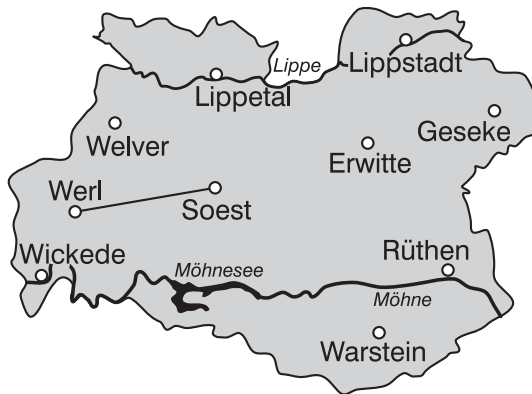
- $\frac{1}{3}a^2$
 $\frac{1}{4}a^2$
 $\frac{1}{5}a^2$
 $\frac{1}{6}a^2$
 $\frac{3}{8}a^2$



Begründung:

3. Kreis Soest

Die Luftlinie zwischen Soest und Werl beträgt 14 km.



a) Bestimme den Maßstab der Abbildung.

Maßstab: 1:

b) Wie weit ist Lippetal von Warstein entfernt?

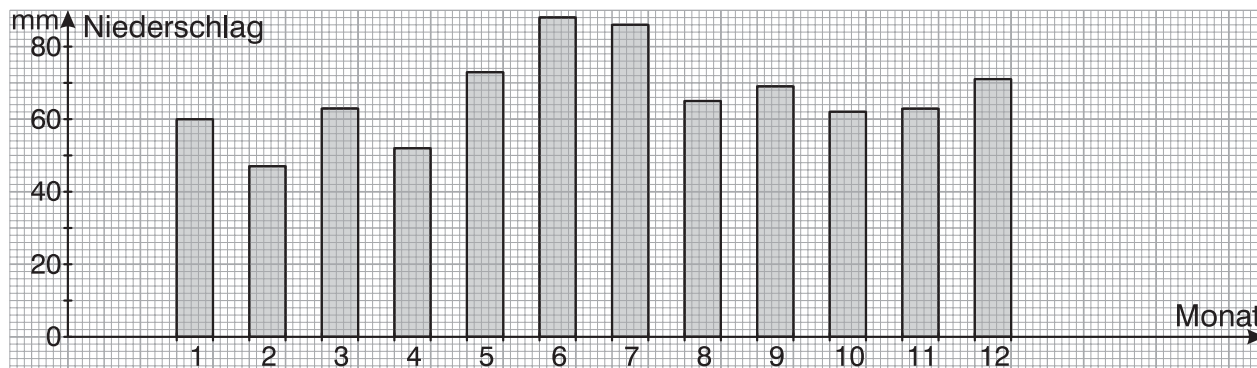
Antwort:
Die Entfernung beträgt km.

c) Schätze ab, wie groß der Kreis Soest ist, und begründe deinen Schätzwert. Schätzwert: km²

Begründung:

4. Niederschlag

Das Diagramm zeigt dir, wie viel mm Niederschlag in den letzten Jahren durchschnittlich in den einzelnen Monaten in Köln gefallen sind.



Berechne das arithmetische Mittel.
Beschreibe auch dein Vorgehen.

Arithmetisches Mittel: mm

Vorgehensweise:

5. Buchseiten

Ein Buch hat 480 Seiten. Auf jeder Seite sind 30 Zeilen.
Wie viele Seiten hätte das Buch, wenn auf jeder Seite 36 Zeilen wären?

Antwort: Seiten

Rechnung:

6. Schülersprecherwahl

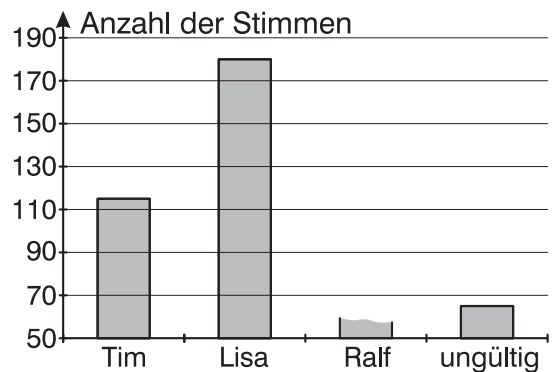
Bei einer Schülersprecherwahl gaben 465 Schülerinnen und Schüler ihre Stimme ab.

a) Rebecca behauptet:

„Lisa hat doppelt so viele Stimmen erhalten wie Tim.“

Stimmt das? Begründe deine Meinung.

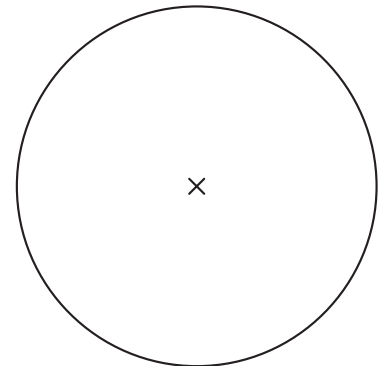
Antwort/Begründung:



b) Zeichne die fehlende Säule für Ralf in das Diagramm ein.

c) Berechne die relativen Häufigkeiten und stelle sie in einem Kreisdiagramm dar.

	Tim	Lisa	Ralf	ungültig
Relative Häufigkeit	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>



Rechnung:

d) Die Wahlbeteiligung betrug 75%.

Wie viel Prozent der Stimmen aller Schülerinnen und Schüler hat Lisa bekommen?

Rechnung:

Antwort: Lisa hat % der Stimmen aller Schülerinnen und Schüler erhalten.

7. MP3-Player

Eine Verbraucherzeitschrift hat für einen bestimmten MP3-Player in verschiedenen Geschäften folgende Preise ermittelt:

114,90 €; 99,95 €; 118,50 €; 119,99 €; 89,00 €; 113,90 €; 109,99 €

Bestimme den Median (auch Zentralwert genannt).

Median:



8. Diplodocus

Schätze: Bis zu welcher Höhe konnte ein solcher Dinosaurier das Laub von den Bäumen fressen? Begründe deinen Schätzwert.

Antwort: Er könnte bis ca. m Höhe Laub erreichen.

Begründung:



9. Zahlenfolgen

- a) Unten siehst du zwei Zahlenfolgen mit natürlichen Zahlen, von denen jeweils die ersten vier Zahlen angegeben sind.
Überlege dir, nach welcher Gesetzmäßigkeit jede Folge aufgebaut ist, und schreibe die nächsten drei Zahlen in die Kästchen.

4; 7; 10; 13; ; ;
 0; 3; 8; 15; ; ;

- b) Die einzelnen Zahlen der Zahlenfolge 4; 10; 18; 28; ... können mit dem Term $n^2 + 3n$ berechnet werden, wobei n eine natürliche Zahl ist.
So erhält man z.B. die 4. Zahl der Folge – es ist die Zahl 28 –, indem man für n die Zahl 4 einsetzt und den Wert des Terms berechnet.
Rechnung: $4^2 + 3 \cdot 4 = 16 + 12 = 28$.
Berechne die nächsten drei Zahlen der Folge.

4; 10; 18; 28; ; ;

Rechnungen:

- c) Gib für die Zahlenfolgen aus Teilaufgabe a) jeweils einen Berechnungsterm an.

4; 7; 10; 13; ... Term:

0; 3; 8; 15; ... Term:

10. Zuordnungen

Welche der Zuordnungen ist proportional, welche antiproportional? Kreuze Zutreffendes an. Begründe und gib gegebenenfalls eine Zuordnungsvorschrift an.

① Erdbeerpreise

Gewicht (in kg)	Preis (in €)
0,5	1,30
0,7	1,82
1,3	3,38

- Proportional
 Antiproportional

② Wanderung

Zeit (in h)	Zurückgelegter Weg (in km)
0,6	2,7
2,0	9,0
3,5	15,0

- Proportional
 Antiproportional

③ Gruppentarif

Anzahl der Personen	Preis pro Person (in €)
6	35
5	42
7	30

- Proportional
 Antiproportional

Begründungen:

Zuordnungsvorschriften:

11. Scharniere

Eine Firma produziert Scharniere. Der Lieferpreis beträgt 1,90 € pro Stück zuzüglich 4,95 € Versandkosten.

- a) Gib eine Gleichung oder einen Term an, mit dem die Kosten berechnet werden können.

Gleichung oder Term:

- b) Herr Luig bestellt 8 Scharniere.
Wie viel muss er bezahlen?

Antwort: €

- c) Schreiner Tuneke muss für die gelieferten Scharniere 39,15 € bezahlen.
Wie viele Scharniere hat er bestellt?

Antwort: Scharniere

- d) Herr Krohne überlegt:
„Für 12 Scharniere muss ich 27,75 € bezahlen. Dann kosten 24 Scharniere das Doppelte, also 55,50 €.“
Was meinst du dazu? Begründe.

Rechnungen:

Begründung:

12. Flugangst

	Frauen	Männer
befragte Personen	150	450
davon hatten Flugangst	24	63

In einem Zeitungsartikel über Flugangst wurde die Tabelle wie folgt kommentiert:

Von allen Befragten hatte ungefähr jeder Siebte Flugangst. Dabei fällt auf, dass offensichtlich Männer eher unter Flugangst leiden als Frauen.



Stimmen die Aussagen in der Zeitungsmeldung? Begründe.

Antwort/Begründung:

13. Urlaub

- a) Für 14 Übernachtungen mit Frühstück bezahlen 3 Personen im Urlaub insgesamt 1428 €. Wie viel Euro müssen bei denselben Grundpreisen 2 Personen für 10 Tage bezahlen?

Antwort: Euro

- b) Vier Personen zahlen in einer anderen Pension für 8 Übernachtungen 1024 €. Vergleiche mit den Preisen aus Teilaufgabe a).

Antwort:

Rechnung:

14. Prozente

- a) Um wie viel Prozent wurde der Preis gesenkt?



~~85,90 €~~
nur: 49,80 €

Antwort: %

- b) Um wie viel Euro wurde der Preis gesenkt?



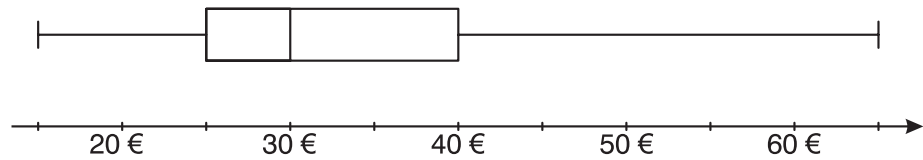
35% Preisnachlass!
jetzt noch 77,35 €

Antwort: €

Rechnung:

15. Taschengeld

Der Boxplot zeigt dir das Ergebnis einer Umfrage unter Jugendlichen nach der Höhe ihres monatlichen Taschengeldes.



Beurteile folgende Schlussfolgerungen:

- | | | |
|---|----------------------------------|---------------------------------|
| ① Jeder Jugendliche erhält durchschnittlich 30 € Taschengeld im Monat. | <input type="checkbox"/> richtig | <input type="checkbox"/> falsch |
| ② Die Spannweite beträgt 50 €. | <input type="checkbox"/> richtig | <input type="checkbox"/> falsch |
| ③ Die Gruppe, deren Taschengeld von 40 € bis 65 € beträgt, ist größer als die Gruppe mit Taschengeld von 15 € bis 25 €. | <input type="checkbox"/> richtig | <input type="checkbox"/> falsch |
| ④ Am häufigsten wurde ein Taschengeld von 30 € angegeben. | <input type="checkbox"/> richtig | <input type="checkbox"/> falsch |
| ⑤ 50% der Jugendlichen erhalten ein Taschengeld von 25 € bis 40 €. | <input type="checkbox"/> richtig | <input type="checkbox"/> falsch |
| ⑥ Der mittlere als Taschengeld ausgezahlte Wert beträgt 30 €. | <input type="checkbox"/> richtig | <input type="checkbox"/> falsch |
| ⑦ Bei den hohen Taschengeldbeträgen ist die Streuung größer als bei den unteren. | <input type="checkbox"/> richtig | <input type="checkbox"/> falsch |

16. Würfel

Rechts siehst du die Netze zweier Würfel.

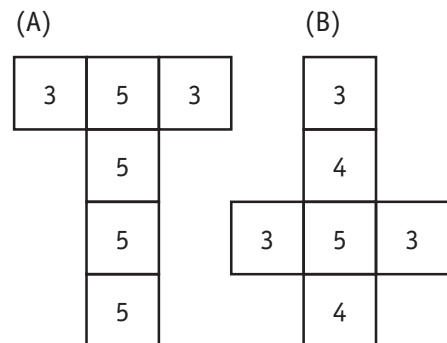
- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, mit dem Würfel (A) eine 5 zu würfeln?

Wahrscheinlichkeit =

- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Augenzahl bei einem Wurf mit dem Würfel (B) kleiner als 5 ist?

Wahrscheinlichkeit =

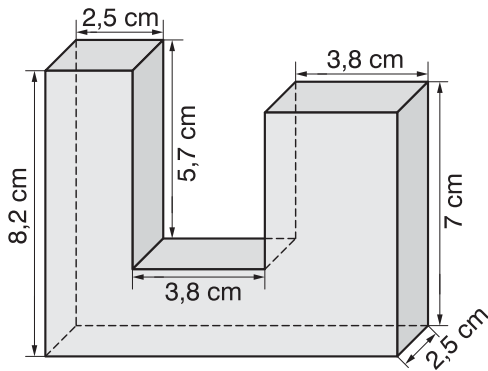
- c) Mit einem der beiden Würfel wurde 200-mal gewürfelt und dabei 92-mal die 3 erzielt. Mit welchem der beiden Würfel wurde vermutlich gewürfelt? Begründe deine Meinung. Warum kannst du nicht mit Sicherheit sagen, welcher Würfel es war?



Antwort/Begründung:

17. Zusammengesetzter Körper

Berechne das Volumen des abgebildeten Körpers.



Antwort: Volumen = cm³

Rechnung:

18. Paketservice Apollo

In der nebenstehenden Tabelle sind die Nettopreise aufgeführt, die der Paketservice Apollo für den Versand quaderförmiger Pakete innerhalb Deutschlands nimmt. (Hinweis: Nettopreise sind Preise ohne Mehrwertsteuer.)

Klasse	Abmessungen Summe aus der längsten und kürzesten Seite	Nettopreis maximal 20 kg	Nettopreis maximal 35 kg
S	1 cm – 40 cm	3,61 €	4,96 €
M	41 cm – 60 cm	4,96 €	7,45 €
L	61 cm – 100 cm	6,64 €	11,68 €
XL	101 cm – 160 cm	8,32 €	16,72 €
XXL	161 cm – 250 cm		24,29 €
Inselzuschlag	1 cm – 250 cm	2,94 €	4,12 €

Berechne für folgende Sendungen die Preise einschließlich 19% Mehrwertsteuer und beschreibe deine Überlegungen.

- Frau Klose schickt ein 27 kg schweres Päckchen, das 45 cm lang, 26 cm breit und 14 cm dick ist, nach München.
- Herr Kühn schickt ein 9 kg schweres Päckchen nach Wyk auf Föhr. Das Paket hat die Form eines Würfels mit der Seitenlänge 35 cm.

Rechnungen:

Antwort: Frau Klose muss € und Herr Kühn € bezahlen.

19. Zinsen

- a) Jennifer zahlt am 15. April auf ein neu eingerichtetes Sparguthaben 500 € ein. Der Jahreszinssatz beträgt 2,5%. Wie viel Zinsen erhält sie hierfür am Ende des Jahres?

Antwort:

- b) Ein Sparguthaben von 3500 € hat in 5 Monaten 43,75 € Zinsen erbracht. Zu welchem Zinssatz wurde das Guthaben verzinst?

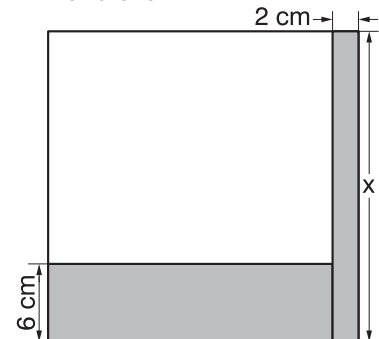
Antwort:

Rechnungen:

20. Grundstück

Durch Planungsänderungen werden von einem ursprünglich quadratischen Baugrundstück an einer Seite ein 2 m breiter Streifen und an einer anderen Seite ein 6 m breiter Streifen abgetrennt. Durch beide Maßnahmen wird das Grundstück insgesamt um 204 m² kleiner. Wir bezeichnen die ursprüngliche Seitenlänge des quadratischen Grundstücks mit x .

Flintenbreite 4



- a) Gib einen Term für den Flächeninhalt der abgetrennten Flächen an.

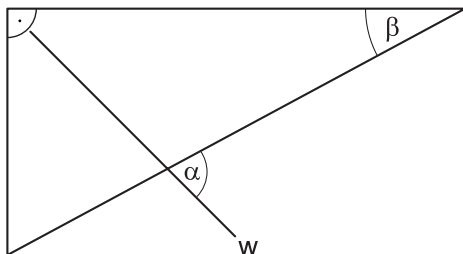
Antwort:

- b) Berechne die Größe des übrig gebliebenen Grundstücks.

Rechnung:

Antwort: Größe des verkleinerten Grundstücks: m²

21. Winkel



Der Winkel α ist 65° groß. w ist die Winkelhalbierende. Berechne den Winkel β und beschreibe deine Überlegungen.

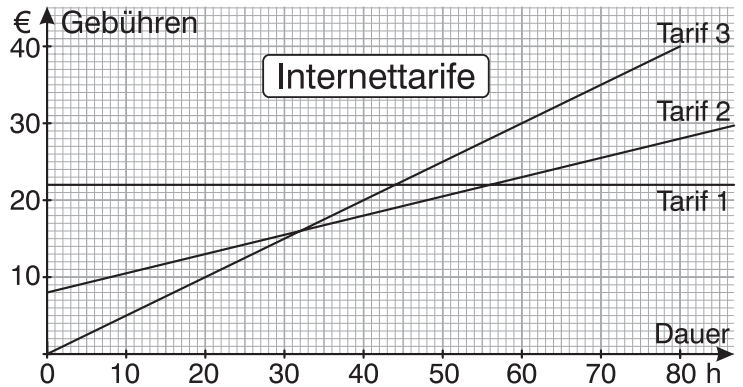
Rechnung:

Ergebnis: $\beta =$ °

22. Internettarife

Das Diagramm stellt drei Monatstarife für die Internetnutzung grafisch dar.

- a) Betrachte die Tabelle unten. In der ersten Zeile stehen fünf verschiedene Zeitangaben für die monatliche Dauer im Internet. Gib jeweils an, welcher Tarif für die angegebene Surfzeit am günstigsten ist. Lies auch ab, wie viel man dafür bezahlen muss.



Monatliche Dauer im Internet	15 h	65 h	40 h	71 h	34 h
Günstigster Tarif					
Internetgebühren					

- b) Gib zu jedem Tarif die monatliche Dauer im Internet an, für die dieser Tarif der günstigste ist.

Tarif 1 ist für folgende monatliche Dauer am günstigsten:

Tarif 2 ist für folgende monatliche Dauer am günstigsten:

Tarif 3 ist für folgende monatliche Dauer am günstigsten:

- c) Wie teuer ist bei Tarif 3 die Internetnutzung pro Stunde?

Antwort:

- d) Gib für alle drei Tarife eine Gleichung der Zuordnung *Monatliche Dauer im Internet x (in h) → Internetgebühren y (in €)* an.

Tarif 1:

$$y = \text{[]}$$

Tarif 2:

$$y = \text{[]}$$

Tarif 3:

$$y = \text{[]}$$

23. Zahlenrätsel

Annika stellt ihrer Freundin folgendes Zahlenrätsel:



Ich denke mir eine Zahl und addiere 3. Wenn ich jetzt das Ergebnis mit der um 2 verringerten gedachten Zahl multipliziere, erhalte ich das Quadrat der gedachten Zahl.

Welche Zahl hat Annika sich gedacht? Stelle eine Gleichung auf und löse sie.

Gleichung:

Ergebnis: Die gedachte Zahl ist

Rechnung:

Lösungen

1. a) Zur Aussage ① passt der Graph ③.
An der Querachse steht die Zeit und an der Hochachse die Geschwindigkeit.
Zur Aussage ② passt der Graph ④.
An der Querachse steht die Zeit und an der Hochachse die Einnahmen.
- b) Der Graph ⑤ könnte z.B. die Temperatur (Hochachse) in Abhängigkeit von der Uhrzeit (Querachse) im Verlauf eines Tages anzeigen.

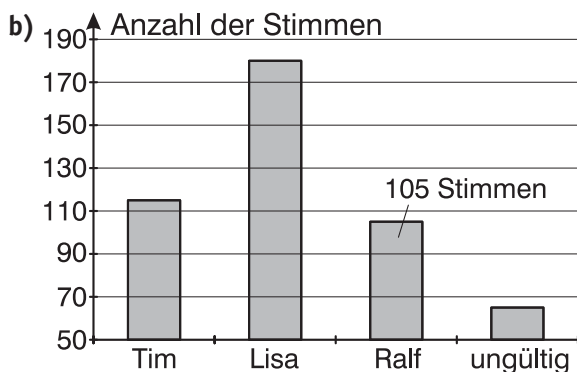
2. a) Umfang = $4a$
b) Flächeninhalt = $\frac{1}{4}a^2$
Begründung zum Beispiel:
 $\overline{AM} = \frac{1}{2}a$ ist eine Grundlinie des Dreiecks AMC. $\overline{BC} = a$ ist die zugehörige Dreieckshöhe.
Also: $\frac{1}{2} \cdot \text{Grundlinie} \cdot \text{Höhe} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}a \cdot a = \frac{1}{4}a^2$

3. a) 2 cm auf der Karte \cong 14 km in Wirklichkeit
Maßstab: 1:700 000
b) Lippetal ist ca. 30 km von Warstein entfernt. (4,3 km auf der Karte)
c) Der Flächeninhalt kann mit Hilfe eines Rechtecks (ca. 6 cm x 4 cm) abgeschätzt werden. Damit erhält man folgenden Schätzwert:
 $42 \text{ km} \cdot 28 \text{ km} = 1176 \text{ km}^2 \approx 1200 \text{ km}^2$

4. Arithmetisches Mittel: 66,5 mm
Vorgehensweise: Die durchschnittlichen Niederschläge der einzelnen Monate werden abgelesen und addiert; die Summe dann durch 12 dividiert.

5. 400 Seiten (Dreisatz bei einer antiproportionalen Zuordnung)

6. a) Rebecca hat nicht recht. Es sieht im Diagramm nur so aus, weil die Hochachse nicht bei Null beginnt.
Tim hat 115 und Lisa 180 Stimmen erhalten.



c)

	Tim	Lisa	Ralf	ungültig
Relative Häufigkeit	24,7%	38,7%	22,6%	14,0%
Winkel im Kreisdiagramm	89°	139°	81°	51°

- d) Lisa erhielt 29% der Stimmen aller Schülerinnen und Schüler.

7. Median: 113,90 €

8. Beispiel: Der Mensch beim Dinosaurier ist im Foto ca. 1 cm hoch, in Wirklichkeit ca. 1,75 m. Im Foto könnte sich der Dinosaurier bis ca. 6 cm Höhe aufrichten. $6 \cdot 1,75 \text{ m} = 10,50 \text{ m}$. Der Saurier konnte bis ca. 10 m Höhe fressen.

9. a) 4; 7; 10; 13; **16; 19; 22**
0; 3; 8; 15; **24; 35; 48**
b) 4; 10; 18; 28; **40; 54; 70**
c) 4; 7; 10; 13; ... Term: $3n + 1$
0; 3; 8; 15; ... Term: $n^2 - 1$

10. ① Erdbeerpreise:

Die Zuordnung ist proportional, da der Quotient „Preis durch Gewicht“ für alle 3 Wertepaare gleich ist. Er beträgt $2,6 \frac{\text{€}}{\text{kg}}$.

Zuordnungsvorschrift: $y = 2,6x$

② Wanderung:

Da hier weder die Quotienten- noch die Produktgleichheit gilt, ist die Zuordnung weder proportional noch antiproportional.

③ Gruppentarif:

Die Zuordnung ist antiproportional, da das Produkt „Preis mal Anzahl“ für alle 3 Wertepaare gleich ist. Es beträgt 210 €.

Zuordnungsvorschrift: $y = \frac{210}{x}$

11. a) Gleichung: $y = 1,9x + 4,95$

b) 20,15 €

c) 18 Scharniere

d) Herr Krohne hat nicht recht, da er die Versandkosten von 4,95 € nur einmal bezahlen muss.

12. Die erste Aussage ist richtig. 87 von insgesamt 600 Befragten haben Flugangst, das ist ungefähr $\frac{1}{7}$.

Die zweite Aussage ist falsch, da viel mehr Männer als Frauen befragt wurden.

Frauen mit Flugangst: 16%; Männer mit Flugangst: 14%

13. a) 680 €

b) Diese Pension ist günstiger. Pro Person und Übernachtung müssen 32,00 € bezahlt werden. In der Pension aus Teilaufgabe a) sind es 34,00 €.

14. a) 42%

b) 119,00 €

15. Die Aussagen ②, ⑤, ⑥ und ⑦ sind richtig, die Aussagen ①, ③ und ④ sind falsch.

16. a) $\frac{4}{6} = \frac{2}{3} \approx 67\%$

b) $\frac{5}{6} \approx 83\%$

c) Würfel A: Die Wahrscheinlichkeit für eine 3 ist $\frac{1}{3} \approx 33\%$.

Würfel B: Die Wahrscheinlichkeit für eine 3 ist $\frac{1}{2} = 50\%$.

Bei Würfel A erwartet man bei 200 Versuchen ca. 67-mal die 3, bei Würfel B 100-mal. Also wurde vermutlich mit Würfel B gewürfelt. Da es sich hierbei aber um Zufallsversuche handelt, kann man dies nicht mit Sicherheit sagen.

17. Volumen = $141,5 \text{ cm}^3$

18. ① Klasse M, über 20 kg, ohne Inselzuschlag: 8,87 €

② Klasse L, unter 20 kg, mit Inselzuschlag: 11,40 €

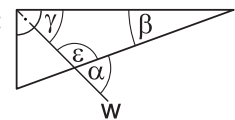
19. a) 8,85 € Zinsen

b) Zinssatz: 3%

20. a) $2x + 6(x - 2)$

b) 525 m^2

Zeichnung zu A21:



21. $\gamma = 90^\circ : 2 = 45^\circ$

$\epsilon = 180^\circ - \alpha = 115^\circ$

$\beta = 180^\circ - \gamma - \epsilon = 20^\circ$

22. a)

Monatliche Dauer im Internet	15 h	65 h	40 h	71 h	34 h
Günstigster Tarif	3	1	2	1	2
Internetgebühren	7,50 €	22,00 €	18,00 €	22,00 €	16,50 €

b) Tarif 1: über 56 h

Tarif 2: 32 h bis 56 h

Tarif 3: unter 32 h

c) 0,50 € pro Stunde

d) Tarif 1 $\rightarrow y = 22$

Tarif 2 $\rightarrow y = 0,25x + 8$

Tarif 3 $\rightarrow y = 0,5x$

23. $(x + 3)(x - 2) = x^2$ Lösung: $x = 6$